

1 DINAMIKA ROTASI



Standart Kompetensi

Menerapkan konsep dan prinsip mekanika klasik sistem kontinu (benda tegar dan fluida) dalam penyelesaian masalah.



Kompetensi Dasar

Menemukan hubungan antara konsep torsi dan momentum sudut, berdasarkan Hukum II Newton serta penerapannya dalam masalah benda tegar.

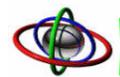


Indikator

- Memformulasikan pengaruh torsi pada sebuah benda pada gerak rotasi
- Mengungkap analogi hukum II Newton pada gerak rotasi
- Memformulasikan momen inersia untuk berbagai bentuk benda tegar
- Memformulasikan hukum kekekalan momentum sudut pada gerak rotasi
- Menganalisis masalah dinamika rotasi benda tegar untuk berbagai keadaan



Pendalaman Materi



A. MOMEN GAYA DAN KOPEL

MOMEN GAYA

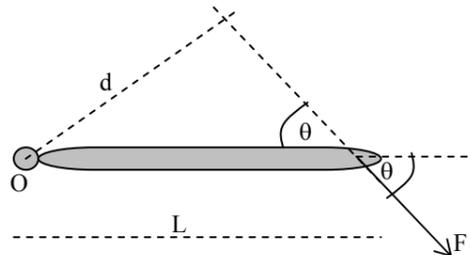
- Kecenderungan suatu gaya untuk memutar suatu benda terhadap suatu titik poros tertentu disebut momen gaya (torsi).
- Momen gaya merupakan perkalian silang (cross product) antara vector gaya dengan vector posisi.

$$\tau = \vec{r} \times \vec{F}$$

- Vektor momen gaya (τ) dapat diselesaikan dengan metode sarrus. Misalkan $\vec{r} = r_x \vec{i} + r_y \vec{j} + r_z \vec{k}$ dan $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$ maka:

$$\tau = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

- Perhatikan gambar berikut ini!



Sebuah gaya F memutar tongkat yang panjangnya L dengan sumbu putar di O . Besarnya momen gaya oleh gaya F dapat ditentukan dengan:

$$\tau = F \cdot d = F \cdot L \sin \theta$$

dimana:

τ = besarnya momen gaya (N.m)

d = panjang lengan momen(m)

L = jarak antara titik tangkap gaya terhadap sumbu putar (m)

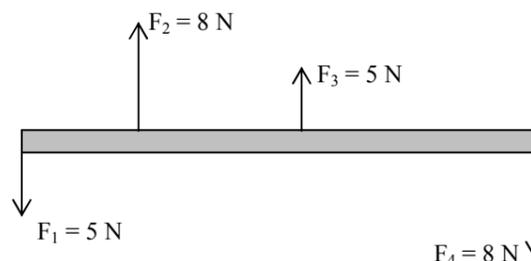
- Jika pada benda bekerja beberapa gaya misalnya F_1 , F_2 dan F_3 , maka resultan momen gaya terhadap sembarang titik pada benda tersebut sama dengan jumlah aljabar momen gaya dari masing-masing gaya terhadap titik itu.

$$\tau_R = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3$$

- Momen gaya bernilai positif jika kecenderungan gaya memutar benda searah dengan putaran jarum dan bernilai negatif jika kecenderungan gaya memutar benda berlawanan arah dengan putaran jarum jam.

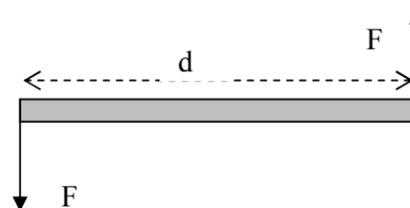
MOMEN KOPEL

- Pasangan dua buah gaya sejajar, sama besar tetapi berlawanan arah dinamakan koppel. Perhatikan gambar berikut ini!



Dari gambar di atas pasangan gaya F_1 dan F_3 membentuk sebuah koppel, pasangan gaya F_2 dan F_4 juga membentuk sebuah koppel.

Jadi secara sederhana dapat digambarkan berikut :



- Momen kopel adalah perkalian antara salah satu gaya pembentuk kopel dengan jarak antara kedua gaya.

$$M = F \cdot d$$

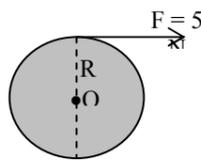
Dimana : M = momen kopel (N.m)
 F = Besar gaya (N)
 d = Jarak antara kedua gaya (m)

- Momen kopel bernilai positif jika kecenderungan kopel memutar benda searah dengan putaran jarum dan bernilai negatif jika kecenderungan gaya memutar benda berlawanan arah dengan putaran jarum jam.



Contoh Soal

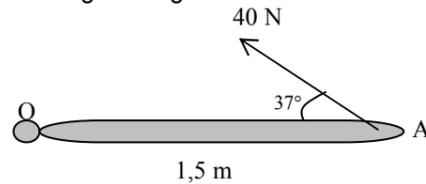
1. Sebuah silinder pejal dipasak pada poros yang licin sempurna seperti gambar berikut ini. Seutas tali dililitkan pada dinding luar silinder dan di tarik dengan gaya 5 N. Jika diameter silinder 2 m, tentukan besar dan arah momen gaya F !



Dari gambar tampak arah momen gaya positif (searah putaran jarum jam).

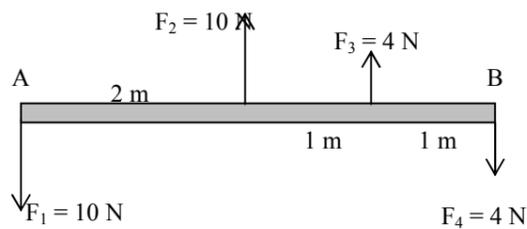
$$\tau = F \cdot \frac{1}{2} d = 5 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} = 5 \text{ Nm}$$

2. Tentukan besar momen gaya terhadap titik O pada batang untuk gambar berikut ini!



$$\begin{aligned} \tau &= F \cdot d = F \cdot L \sin \theta \\ &= 40 \text{ N} \cdot 1,5 \text{ m} \sin 37^\circ \\ &= 60 \text{ N.m} \cdot 0,6 = 36 \text{ N.m} \end{aligned}$$

3. Pada sebuah batang AB panjangnya 4 m berkerja empat buah gaya, yaitu $F_1 = F_2 = 10 \text{ N}$ dan $F_3 = F_4 = 4 \text{ N}$ seperti pada gambar berikut ini. Tentukan besar dan arah kopel pada batang AB!



Gaya F_1 dan F_2 membentuk momen kopel berlawanan arah dengan putaran jarum jam.

$$M_1 = -F \cdot d = -10 \text{ N} \cdot 2 \text{ m} = -20 \text{ Nm}$$

Gaya F_3 dan F_4 membentuk momen kopel searah dengan putaran jarum jam.

$$M_2 = F \cdot d = 4 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} = 4 \text{ Nm}$$

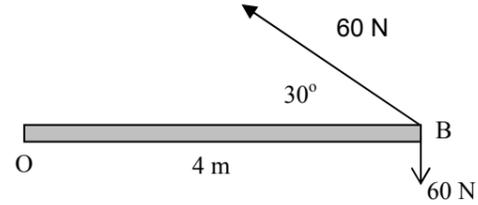
Momen kopel total:

$M = M_1 + M_2 = -20 \text{ Nm} + 4 \text{ Nm} = -16 \text{ Nm}$.
 Tanda negatif menyatakan arah putaran berlawanan arah dengan putaran jarum jam

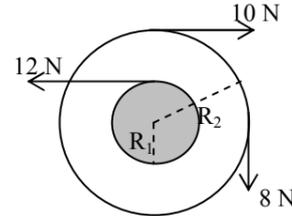


Uji Kompetensi 1

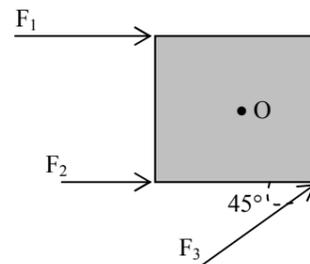
1. Tentukan besarnya momen gaya yang berkerja pada batang di bawah ini terhadap titik O.



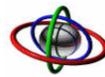
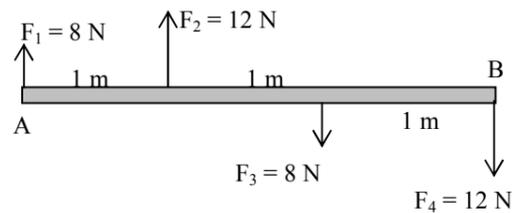
2. Tentukan besarnya momen gaya total pada roda berikut ini jika diketahui $R_1 = 10 \text{ cm}$ dan $R_2 = 25 \text{ cm}$.



3. Sebuah pelat tipis mempunyai sisi-sisi berbentuk bujur sangkar dengan panjang sisi 0,2 m. Sumbu putar di O seperti gambar berikut ini. Tentukan momen gaya terhadap titik O jika diketahui $F_1 = 28 \text{ N}$, $F_2 = 16 \text{ N}$ dan $F_3 = 18 \text{ N}$!



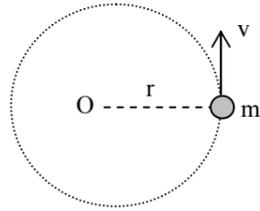
4. Pada sebuah batang AB berkerja empat buah gaya, yaitu $F_1 = 8 \text{ N}$, $F_2 = 12 \text{ N}$, $F_3 = 8 \text{ N}$ dan $F_4 = 12 \text{ N}$ seperti pada gambar berikut ini. Tentukan besar dan arah kopel pada batang AB!



B. MOMEN INERSIA

- Momen inersia (momen kelembaman) merupakan ukuran kelembaman dari suatu benda atau partikel yang sedang bergerak rotasi

- Perhatikan gambar berikut ini!



Sebuah partikel bermassa m dan berjarak r dari sumbu putar akan mempunyai momen inersia:

$$I = m r^2$$

- Jika terdapat sejumlah partikel bermassa m_1, m_2, m_3, \dots dan masing masing partikel berjarak r_1, r_2, r_3, \dots terhadap sumbu putar momen inersia total adalah:

$$I = \sum_i m_i r_i^2 = m_1 \cdot r_1^2 + m_2 \cdot r_2^2 + m_3 \cdot r_3^2 + \dots$$

- Momen inersia sebuah benda tegar dimana partikelnya tersebar merata pada seluruh bagian benda dapat dihitung dengan metode integral untuk batas integral meliputi seluruh bagian benda.

$$I = \int r^2 \cdot dm$$

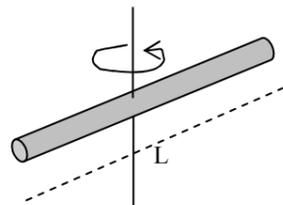
- Jika momen inersia benda terhadap pusat massa I_{pm} di ketahui, maka momen inersia benda terhadap sembarang sumbu yang paralel dengan sumbu pusat massa dapat dihitung menggunakan teori sumbu paralel.

$$I = I_{pm} + M \cdot d^2$$

M = massa benda (kg)

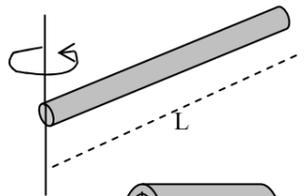
d = jarak dari sumbu pusat massa terhadap sumbu pusat massa (m)

- Momen inersia benda tegar yang mempunyai berbagai bentuk simetris tergantung letak sumbu putarnya. Lihat gambar berikut ini!



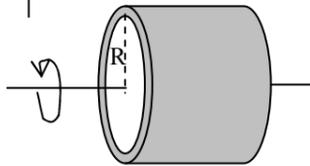
Batang silinder, poros melalui pusat

$$I = \frac{1}{12} ML^2$$



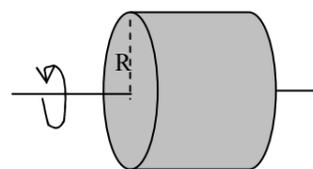
Batang silinder, poros melalui ujung

$$I = \frac{1}{3} ML^2$$



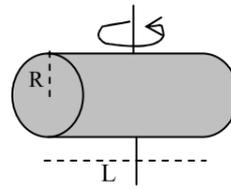
Silinder tipis berongga, poros melalui sumbu silinder

$$I = MR^2$$



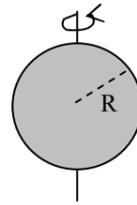
Piringan atau silinder pejal, poros melalui sumbu silinder

$$I = \frac{1}{2} MR^2$$



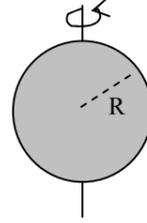
Silinder pejal, poros seperti pada gambar

$$I = \frac{1}{4} MR^2 + \frac{1}{12} ML^2$$



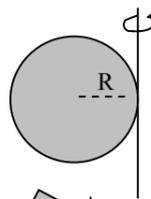
Bola pejal, poros melalui diameter

$$I = \frac{2}{5} MR^2$$



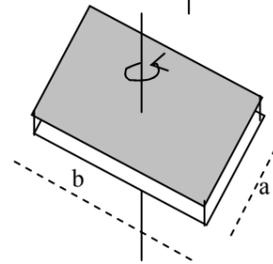
Bola berongga, poros melalui diameter

$$I = \frac{2}{3} MR^2$$



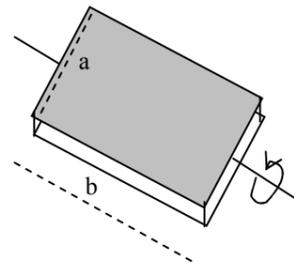
Bola pejal, poros seperti gambar

$$I = \frac{7}{5} MR^2$$



Lempeng tipis, poros melalui sumbu tegak lurus

$$I = \frac{1}{12} M(a^2 + b^2)$$



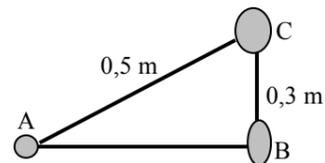
Lempeng tipis, poros seperti pada gambar

$$I = \frac{1}{12} Ma^2$$



Contoh Soal

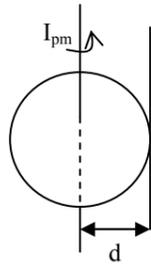
- Tiga buah benda masing-masing bermassa $m_A = 1$ kg, $m_B = 2$ kg dan $m_C = 3$ kg. Ketiga benda dihubungkan dengan batang tak bermassa pada segi tiga seperti gambar dibawah ini. Berapakah momen inersia sistem benda jika poros putar berada di A?



Jika poros di A maka berdasarkan gambar diperoleh $r_A = 0$, $r_B = 0,4$ m dan $r_C = 0,5$ m.

$$\begin{aligned}
 I &= m_A \cdot r_A^2 + m_B \cdot r_B^2 + m_C \cdot r_C^2 \\
 &= 0 + 2 \text{ kg} \cdot (0,4 \text{ m})^2 + 3 \text{ kg} \cdot (0,5 \text{ m})^2 \\
 &= 2 \text{ kg} \cdot 0,16 \text{ m}^2 + 3 \text{ kg} \cdot 0,25 \text{ m}^2 \\
 &= 0,32 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 + 0,75 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \\
 &= 1,07 \text{ kg} \cdot \text{m}^2
 \end{aligned}$$

2. Momen inersia sebuah bola pejal terhadap titik pusat massanya $I_{pm} = \frac{2}{5} MR^2$. Dengan menggunakan teori sumbu paralel tentukan momen inersia bola pejal terhadap garis singgungnya!

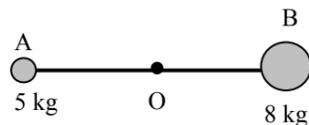


$$\begin{aligned}
 I &= I_{pm} + Md^2 \\
 &= \frac{2}{5} MR^2 + MR^2 = \frac{7}{5} MR^2
 \end{aligned}$$

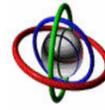
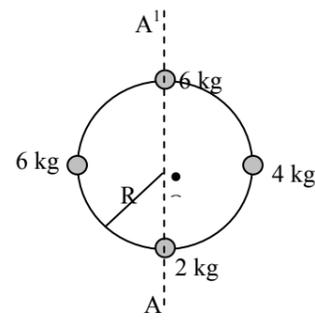


Uji Kompetensi 2

1. Dua buah benda masing-masing bermassa 5 kg dan 8 kg dihubungkan dengan sebuah tongkat kayu tak bermassa yang panjangnya 1 m seperti gambar di bawah ini. Tentukan momen inersia benda jika poros putar berada di:
- titik O
 - pada benda bermassa 5 kg

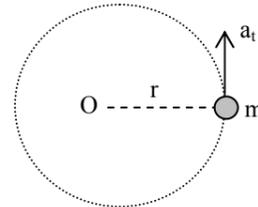


2. Sebuah batang homogen bermassa M dan panjangnya L. Jika diputar melalui poros yang terletak pada pertengahan batang momen inersianya $I_{pm} = \frac{1}{12} ML^2$. Jika poros terletak pada jarak $\frac{1}{6} L$ dari salah satu ujung batang, berapakah momen inersia batang tersebut?
3. Sebuah batang yang massanya M dan panjangnya L. Jika momen inersia batang saat diputar di tengah-tengah $= \frac{1}{12} ML^2$, tentukan momen inersia batang saat diputar dengan sumbu putar yang terletak pada jarak $\frac{1}{3} L$ dari salah satu ujungnya !
4. Keempat massa seperti tampak pada gambar dihu bungkan dengan kawat yang massanya dapat di abaikan. Tentukan momen inersia sistem benda jika sumbu putarnya:
- Melalui O tegak lurus pada bidang gambar.
 - Melalui garis AA¹ diketahui jari-jari lingkaran adalah 0,5 m!



C. HUKUM NEWTON PADA GERAK ROTASI

- Perhatikan gambar berikut ini!



Sebuah partikel bermassa m melakukan gerak rotasi dengan jari-jari r. Gaya F memberikan percepatan tangensial.

Sesuai dengan hukum II Newton :

$$\begin{aligned}
 \Sigma F &= m \cdot a_t \\
 \text{Karena } a_t &= \alpha \cdot r, \text{ maka :} \\
 (r \cdot F &= m \cdot r \cdot \alpha) \cdot r \\
 r \cdot F &= m \cdot r^2 \cdot \alpha \\
 \tau &= I \cdot \alpha
 \end{aligned}$$

- Persamaan di atas identik dengan persamaan hukum II Newton pada gerak translasi $\Sigma F = m \cdot a$, maka:

$$\Sigma \tau = I \cdot \alpha$$

dimana τ = momen gaya (N.m)
 $\Sigma \tau$ = resultan momen gaya (Nm)
 ΣF = resultan gaya (N)
 m = massa benda (kg)
 α = percepatan sudut (rad/s^2)
 I = momen inersia benda ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)
 a_t = percepatan tangensial /linier (m/s^2)

- Benda yang mengalami gerak rotasi (gerak melingkar) berubah beraturan, maka berlaku :

$$\begin{aligned}
 \omega &= \omega_0 + \alpha \cdot t \\
 \omega^2 &= \omega_0^2 + 2 \cdot \alpha \cdot \theta \\
 \theta &= \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2
 \end{aligned}$$

dengan :

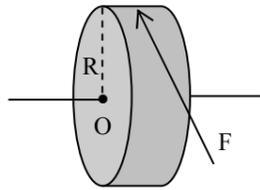
ω = kecepatan sudut setelah t (rad/s)
 ω_0 = kecepatan sudut awal (rad/s)
 α = percepatan sudut (rad/s^2)
 t = waktu (s)
 θ = sudut tempuh (rad)



Contoh Soal

1. Sebuah gerinda berbentuk silinder pejal massanya 2 kg dengan jari-jari 10 cm, mula-mula diputar dengan kecepatan sudut 120 rad/s . Gerinda kemudian dihentikan oleh gaya konstan 2 N yang menyinggung

tepi gerinda seperti gambar di bawah ini. Berapa lama gerinda akan berhenti?
Penyelesaian :



$$I = \frac{1}{2} MR^2$$

$$= \frac{1}{2} 2 \text{ kg} \cdot (0,1 \text{ m})^2$$

$$= 0,01 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

Karena gaya F mengentikan gerinda dan berkerja mendatar pada tepi gerinda maka:

$$\tau = -R \cdot F = - (0,1\text{m}) \cdot 2 \text{ N} = - 0,20 \text{ N}\cdot\text{m}$$

tanda negatif artinya arah momen gaya berlawanan dengan arah putaran gerinda.

$$\tau = I \cdot \alpha \text{ atau } \alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{-0,2\text{Nm}}{0,01\text{kgm}^2} = -20\text{rad/s}^2$$

Dengan demikian t dapat di cari dengan persamaan:

$$t = \frac{\omega_t - \omega_o}{\alpha} = \frac{0 - 120\text{rad/s}}{-20\text{rad/s}^2} = 6\text{sekon}$$



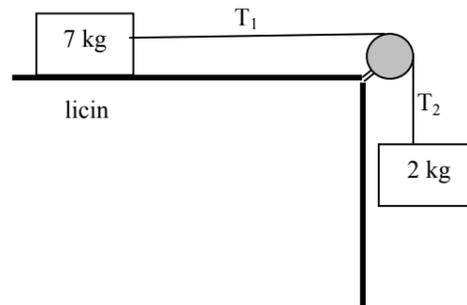
Uji Kompetensi 3

- Pada sebuah roda pejal berjari-jari 70 cm bermassa 10 kg bekerja momen gaya sebesar 25 Nm. Tentukan percepatan sudut roda !
- Sebuah katrol bermassa 5 kg homogen berjari-jari 20 cm digantung pada langit-langit rumah. Sebuah tali yang massanya diabaikan dililitkan pada tepi katrol dan ditarik dengan gaya 6 N. Tentukan besarnya percepatan sudut putaran katrol !
- Sebuah batu gerinda berbentuk silinder pejal massanya 4 kg berjari-jari 8 cm. Mula-mula roda gerinda diam, dan akibat momenn gaya konstan roda gerinda berotasi mencapai kecepatan 1200 rpm dalam waktu 15 sekon. Tentukan :
 - percepatan sudut
 - resultan momen gaya yang dikerjakan pada roda
 - sudut putaran selama 15 s.
- Sebuah benda berotasi dengan momen inersia $2,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ dan kecepatan sudut awal 5 rad/s. Agar benda berhenti dalam waktu 2,5 s, berapa besarnya momen gaya yang harus dikerjakan ?
- Sebuah benda berbentuk silinder pejal dengan jari-jari 0,7 m dan massanya 940 kg. Mula-mula benda berotasi dengan kecepatan sudut 10 rpm. Karena gaya luar 40 N menghambat benda dibagian tepi akhirnya benda berhenti. Berapakah waktu yang perlukan gaya untuk menghambat benda hingga berhenti?
- Massa sebuah roda dianggap terkonsentrasi pada tepi roda yang berjari-jari 34 cm. Roda berputar bebas 210 rpm dan massa roda 740 gram. Berpakah gaya gesek yang harus dikerjakan pada tepi roda agar roda berhenti dalam waktu 0,92 sekon?

7. Pada sebuah katrol bermassa 2 kg dan berjari jari 10 cm dililitkan seutas tali. Pada ujung-ujung tali tergantung benda bermassa 1 kg dan 3 kg. Jika katrol di anggap berbentuk silider pejal dan gesekan antara tali dengan katrol tidak dapat diabaikan (katrol berputar), tentukan :

- percepatan linier sistem
- percepatan anguler sistem
- tegangan tali masing-masing

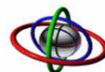
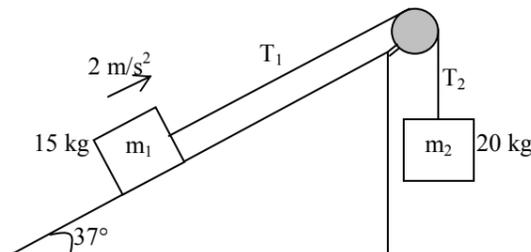
8. Perhatikan sistem berikut ini :



Jika massa katrol 1 kg, tentukan tegangan tali T_1 dan T_2 !

9. Dua buah balok kayu seperti gambar berikut ini disamping dihubungkan dengan seutas tali dan sebuah katrol msing-masing bermassa m_1 dan m_2 yang jari-jarinya 25 cm dan momen inersianya I. Balok pada bidang miring bergerak ke atas dengan percepatan konstan 2 m/s^2 .

- Tentukan besarnya tegangan tali T_1 dan T_2 !
- Tentukan besarnya momen inersia katrol!



D. MOMENTUM SUDUT

- Jika pada gerak translasi dikenal momentum maka pada gerak rotasi dikenal besaran momentum sudut.
- Pada gerak rotasi momentum sudut dapat dihitung menggunakan persamaan :

$$L = I \cdot \omega$$

L = momentum Sudut ($\text{kg m}^2/\text{s}$)
I = momen inersia benda (kg m^2)
 ω = Kecepatan sudut (rad/s)

- Momentum sudut termasuk besaran vector. Arah momentum sudut ditentukan dengan aturan tangan kanan terenggam. Jika keempat jari dirapatkan sesuai dengan arah gerak rotasi maka arah tunjuk ibu jari menunjukkan arah momentum sudut.

- Mengingat :

$$I = m \cdot r^2 \text{ dan } \omega = \frac{v}{R}$$

maka :

$$L = I \cdot \omega = m \cdot R^2 \cdot \frac{v}{R} = m \cdot v \cdot R$$

- Pada gerak translasi diketahui bahwa impuls sama dengan perubahan momentum.

$$F \cdot dt = dp$$

$$F = \frac{dp}{dt} = \frac{d(m \cdot v)}{dt} = \frac{d(m \omega R)}{dt}$$

$$(F = \frac{d(m \omega R)}{dt}), \text{ jika ruas kiri \& kanan di kalikan}$$

R, maka :

$$R \cdot F = \frac{d(m \omega R^2)}{dt}$$

$$\tau = \frac{dL}{dt}$$

Persamaan di atas merupakan pernyataan hukum II Newton untuk gerak rotasi

HUKUM KEKALKAN MOMENTUM SUDUT

- Hukum kekekalan momentum sudut menyatakan: *Jika tidak ada resultan momen gaya luar yang berkerja pada suatu benda ($\Sigma \tau = 0$), maka momentum sudut benda adalah tetap.*

$$\Sigma \tau = \frac{dL}{dt} = 0 \text{ maka } L \text{ adalah tetap.}$$

$$L_1 = L_2$$

$$I_1 \cdot \omega_1 = I_2 \cdot \omega_2$$

- Beberapa penerapan hukum kekekalan momentum sudut antara lain pada penari balet, pelompat indah dan kursi putar.



Contoh Soal

1. Sebuah benda bermassa 6 kg berputar terhadap titik poros O dengan kecepatan linier 4 m/s berlawanan arah dengan putaran jarum jam. Jika jarak benda terhadap sumbu putarnya 2 m, berapakah momentum sudut benda?

$$L = m \cdot v \cdot R = 6 \text{ kg} \cdot 4 \text{ m/s} \cdot 2 \text{ m} \\ = 48 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$$

2. Roda sepeda Budi mempunyai momen inersia 4 kg.m², ketika sedang berputar mempunyai momentum sudut 60π kg.m²/s. Berapakah kecepatan sudut putaran roda sepeda Budi?

$$L = I \cdot \omega \text{ atau } \omega = \frac{L}{I} = \frac{60\pi \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}}{4 \text{ kg} \cdot \text{m}^2} = 15\pi \text{ rad/s}$$

3. Seorang penari balet mempunyai momen inersia 4 kg.m² ketika kedua lengannya terentang dan 1,2 kg.m² ketika kedua tangannya merapat ke tubuhnya. Penari mulai berputar dengan kelajuan sudut 1,8 putaran/sekon. Berapakah kelajuan sudut penari ketika kedua tangannya merapat ke tubuh?

Kadaan awal (lengan terentang)

$$I_1 = 4 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad \omega_1 = 1,8 \text{ put/s}$$

Kadaan akhir (lengan merapat tubuh)

$$I_2 = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad \omega_2 = \dots$$

Menurut hukum kekekalan momentumsudut:

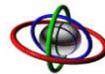
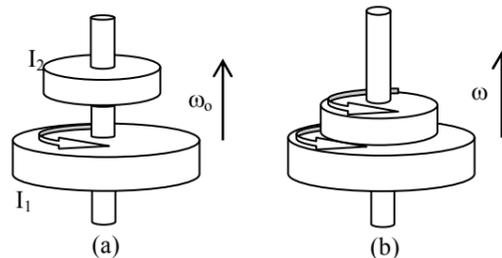
$$L_1 = L_2 \rightarrow I_1 \cdot \omega_1 = I_2 \cdot \omega_2$$

$$\omega_2 = \frac{I_1}{I_2} \cdot \omega_1 = \frac{4 \text{ kg} \cdot \text{m}^2}{1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2} \cdot 1,8 \text{ put/s} = 6 \text{ put/s}$$



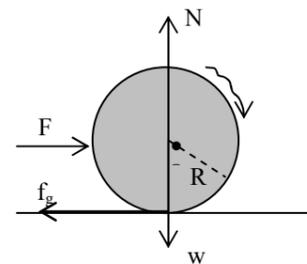
Uji Kompetensi 4

1. Sebuah komedi putar berdiameter 4 m dengan momen inersia 120 kg.m² berputar dengan kelajuan sudut 0,5 putaran persekond. Empat orang anak masing-masing bermassa 25 kg tiba-tiba melompat dan duduk di tepi komedi putar. Tentukan kecepatan sudut komedi putar setelah keempat anak melompat.
2. Seorang penari balet dapat berputar dengan kelajuan sudut 1,5 rps saat tangannya terentang. Momen inersia saat tangan terentang 5 kg.m². Kemudian penari balet melekatkan kedua tangan pada tubuhnya. Sete lah tangan dilekatkan pada tubuhnya kelajuan sudut penari menjadi 4,5 rps. Berapakah momen inersia penari balet setelah merapatkan tangan pada tubuhnya?
3. Piringan sebelah bawah pada gambar (a) mempunyai massa 440 g, jari-jari 3,5 cm dan berotasi dengan $\omega_0 = 180 \text{ rpm}$ terhadap as yang licin sempurna dan jari-jarinya dapat di abaikan. Pada mulanya piringan se belah atas yang massanya 270 gram dan jari-jarinya 2,3 cm tidak berotasi, tetapi kemudian jatuh bebas di atas piringan di bawahnya dan akibat gesekan keduanya bergerak dengan kecepatan sudut yang sama seperti gambar (b). Berapakah kecepatan sudut ω ?



E. GERAK MENGGELINDING

- Gerak menggelinding merupakan perpaduan gerak antara gerak translasi (menggeser) dan gerak rotasi.
- Perhatikan gambar berikut :



Sebuah bola didorong dengan gaya F mendatar pada bidang datar kasar. Akibat gaya gesek f_g antara bola dengan bidang, bola menggelinding.

Untuk gerak translasi berlaku :

$$\Sigma F = m \cdot a$$

$$F - f_g = m \cdot a$$

Benda berotasi akibat gaya gesekan, maka untuk gerak rotasi berlaku :

$$\Sigma \tau = I \cdot \alpha$$

$$f_g \cdot R = I \cdot \frac{a}{R}$$

$$a = \frac{f_g \cdot R^2}{I}$$

a = percepatan linier (m/s²)

f_g = gaya gesekan (N)

R = jari-jari benda (m)

I = momen inersia (kg.m²)

ENERGI GERAK MENGGELINDING

- Benda yang mengalami gerak menggelinding memiliki energi kinetik translasi dan energi kinetik rotasi.

$$EK_{\text{trans}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$EK_{\text{rot}} = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2$$

Sehingga energi gerak menggelinding adalah :

$$EK_{\text{tot}} = EK_{\text{rot}} + EK_{\text{trans}}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

EK_{tot} = energi total gerak menggelinding

EK_{rot} = energi rotasi (J)

EK_{trans} = energi translasi (J)

m = massa benda (kg)

I = momen inersia (kg.m²)

v = kecepatan linier (m/s)

ω = kecepatan sudut (rad/s)

HUKUM KEKALKAN ENERGI MEKANIK PADA GERAK MENGGELINDING

Jika momen gaya luar sama dengan nol, maka pada gerak rotasi berlaku hukum kekekalan energi mekanik :

$$EM_1 = EM_2$$

$$EP_1 + EK_{\text{tran } 1} + EK_{\text{rot } 1} = EP_2 + EK_{\text{tran } 2} + EK_{\text{rot } 2}$$

USAHA GERAK ROTASI

- Usaha oleh benda yang bergerak rotasi untuk merubah kecepatan sudutnya merupakan perubahan energi kinetik rotasi.

$$W = \tau \cdot \theta = \Delta EK_{\text{rot}} = EK_2 - EK_1$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega_2^2 - \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega_1^2$$

W = usaha gerak rotasi (J)

τ = momen gaya (Nm)

θ = sudut tempuh (rad)

ΔEK_{rot} = perubahan energi kinetik rotasi (J)

EK₁ = energi kinetik awal (J)

EK₂ = energi kinetik akhir (J)

I = momen inersia (kg.m²)

ω₁ = kecepatan sudut awal (rad/s)

ω₂ = kecepatan sudut akhir (rad/s)



Contoh Soal

- Sebuah gerinda homogen massanya 0,9 kg dan jari-jarinya 8 cm, mula-mula berputar dengan kecepatan sudut 1400 rpm. Karena pengaruh gaya gesekan akhirnya gerinda berhenti dalam waktu 35 sekon. Tentukan :

- Berapakah usaha yang dilakukan gaya gesek untuk menghentikan gerinda?

- Berapakah sudut yang ditempu gerinda sebelum berhenti?

Dari data soal:

$$\omega_0 = 1400 \text{ rpm} = \frac{1400 \times 2\pi}{60} \text{ rad/s} = 146,6 \text{ rad/s}$$

Momen inersia gerinda:

$$I = \frac{1}{2} MR^2 = \frac{1}{2} (0,9)(0,08)^2 = 2,88 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^2$$

Energi kinetik rotasi awal:

$$EK_{\text{ROT}} = \frac{1}{2} I \omega_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 2,88 \times 10^{-3} \cdot (146,6)^2 = 30,95 \text{ J}$$

Energi kinetik rotasi akhir:

$$EK_{\text{ROT}} = \frac{1}{2} I \omega^2 = 0$$

Usaha yang dilakukan oleh gaya gesek adalah:

$$W = \tau \cdot \theta = \Delta EK_{\text{rot}} = 0 - 30,95 \text{ J} = -30,95 \text{ J}$$

Perlambatan sudut oleh gaya gesek:

$$\omega_t = \omega_0 + \alpha t$$

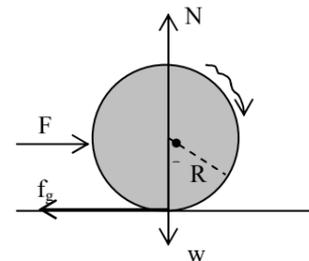
$$\alpha = \frac{\omega_t - \omega_0}{t} = \frac{0 - 146,6 \text{ rad/s}}{35 \text{ s}} = -4,19 \text{ rad/s}^2$$

Sudut yang ditempuh gerinda dalam waktu 35 sekon:

$$\omega_t^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$$

$$\theta = \frac{\omega_t^2 - \omega_0^2}{2\alpha} = \frac{0 - (146,6)^2}{2 \times (-4,19)} = 2565,5 \text{ rad}$$

- Sebuah bola berongga ($I = \frac{2}{3} mR^2$) massanya 800 gram jari-jarinya 20 cm didorong dengan gaya mendarat 40 N seperti gambar berikut ini. Tentukan percepatan linier bola jika:
 - tidak ada gaya gesekan!
 - ada gaya gesekan.



- Jika tidak ada gaya gesek maka bola tergelincir, artinya bola hanya melakukan gerak translasi.

$$a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{F - f_g}{m} = \frac{40 \text{ N}}{0,8 \text{ kg}} = 50 \text{ m/s}^2$$

- Jika ada gaya gesek bola akan menggelinding, artinya bola melakukan gerak translasi dan juga gerak rotasi. Gaya yang menimbulkan momen adalah gaya gesek.

$$\tau = f_g \cdot R = I \cdot \alpha \text{ atau } f_g \cdot R = I \cdot \frac{a}{R} \text{ atau } f_g = I \cdot \frac{a}{R^2}$$

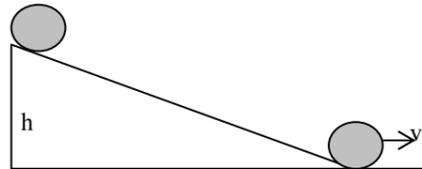
Untuk gerak translasi berlaku:
 $F - f_g = m \cdot a$, maka :

$$F = I \cdot \frac{a}{R^2} + m \cdot a = \left(\frac{I}{R^2} + m \right) a$$

$$a = \frac{F}{m + \frac{I}{R^2}} = \frac{F}{m + \frac{2}{3} \frac{mR^2}{R^2}} = \frac{3F}{5m}$$

$$= \frac{3 \cdot 40 \text{ N}}{5 \cdot 0,8 \text{ kg}} = \frac{120}{4} \text{ m/s}^2 = 30 \text{ m/s}^2$$

3. Sebuah bola pejal menggelinding menurun di bidang miring seperti gambar berikut ini. Jika bola pejal bermassa M dan jari-jarinya R , tunjukkan bahwa kecepatan linier bola saat berada di dasar bidang miring adalah $v = \sqrt{\frac{10}{7} gh}$!



Terapkan hukum kekekalan energi mekanik untuk gerak menggelinding.

$$EP = EK_{\text{rot}} + EK_{\text{trans}}$$

$$Mgh = \frac{1}{2} I \omega^2 + \frac{1}{2} Mv^2$$

$$Mgh = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{5} MR^2 \right) \left(\frac{v}{R} \right)^2 + \frac{1}{2} Mv^2$$

$$Mgh = \frac{1}{5} Mv^2 + \frac{1}{2} Mv^2 \text{ atau } v = \sqrt{\frac{7}{10} gh}$$

4. Sebuah cakram pejal homogen menggelinding melalui puncak sebuah bukit dengan laju $0,8 \text{ m/s}$ pada saat di puncak. Berapakah kelajuan cakram ketika berada $0,18 \text{ m}$ dibawah puncak?

Terapkan hukum kekekalan energi mekanik untuk gerak menggelinding.

$$EP + (EK_{\text{rot}} + EK_{\text{trans}})_{\text{awal}} = (EK_{\text{rot}} + EK_{\text{trans}})_{\text{akhir}}$$

$$Mgh + \frac{1}{2} I \omega_0^2 + \frac{1}{2} Mv_0^2 = \frac{1}{2} I \omega^2 + \frac{1}{2} Mv^2$$

Untuk cakram pejal: $I = \frac{1}{2} MR^2$ maka diperoleh:

$$gh + \frac{1}{4} v_0^2 + \frac{1}{2} v_0^2 = \frac{1}{4} v^2 + \frac{1}{2} v^2$$

$$gh + \frac{3}{4} v_0^2 = \frac{3}{4} v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{4}{3} gh + v_0^2} = \sqrt{\frac{4}{3} (10)(0,18) + (0,8)^2} = 1,74 \text{ m/s}$$



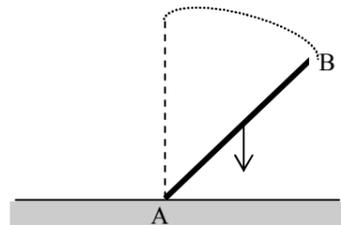
Uji Kompetensi 5

1. Roda pejal bermassa 1 kg , berjari-jari 10 cm di dorong dengan gaya mendatar 100 N pada bidang datar kasar sehingga roda menggelinding. Tentukan besarnya :
- percepatan linier roda
 - percepatan sudut roda

2. Bola pejal terletak pada puncak bidang miring dengan sudut kemiringan 30° . Roda dilepas dari puncak bidang, sehingga bergerak menurun di bidang miring. Tentukan besarnya percepatan linier roda, jika bidang miring :

- licin sempurna
- Kasar

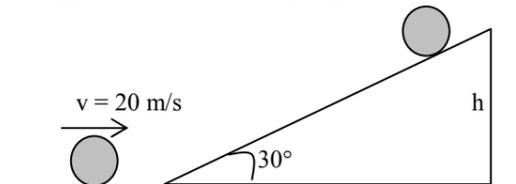
3. Sebuah ban sepeda terpasang pada porosnya dengan jari-jari 38 cm dan momen inersia $2,7 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Ban sepeda dalam keadaan bebas berputar. Kemudian gaya luar diberikan untuk memutar ban di bagian tepi dan tegak lurus dengan jari-jari. Berapakah besar gaya yang harus diberikan agar ban sepeda dapat mencapai kelajuan sudut 690 rpm setelah melakukan 30 putaran ?
4. Batang AB yang tampak pada gambar, bermassa homogen dengan panjang $1,5 \text{ m}$ dapat berputar dengan poros di titik A . Jika batang semula berada posisi vertikal kemudian dilepas sehingga jatuh dengan poros A tetap. Berapakah kecepatan sudut batang AB ketika tiba di lantai ?



5. Sebuah bola pejal bermassa 5 kg berjari-jari 5 cm menggelinding di atas bidang miring kasar yang membentuk sudut kemiringan 30° . Bola lepas dari puncak bidang miring yang tingginya 5 m tanpa kecepatan awal. Tentukan :

- energi total di dasar bidang miring
- momen gaya bola

6. Pada gambar tampak sebuah bola pejal menggelinding pada lantai mendatar menuju lantai miring dengan kecepatan 20 m/s berapakah ketinggian maksimum (h) yang dapat di capai bola?



7. Dua buah silinder pejal A dan B bahan dan ukurannya sama meluncur dari puncak bidang miring yang ketinggiannya $= 2 \text{ m}$. Jika silinder A bergerak translasi (meluncur tanpa gesekan) dan silinder B bergerak menggelinding, tentukan kecepatan masing-masing silinder saat tiba di dasar bidang miring ! Silinder mana yang lebih dulu sampai di dasar bidang miring ?

8. Benda homogen dengan momen inersia $I = k \cdot MR^2$, dimana k adalah konstanta. Buktikan bahwa rumus untuk menentukan kelajuan akhir benda yang bergerak menggelinding dari keadaan diam di atas bidang miring dengan ketinggian h adalah:

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{k+1}}$$

EVALUASI

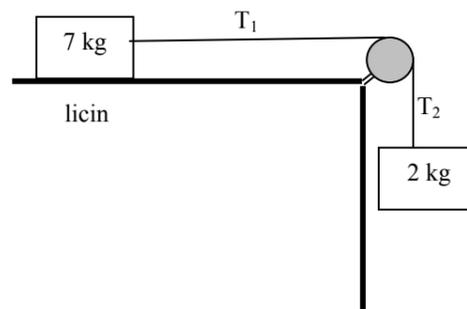


PILIHAN GANDA

1. Dimensi dari torsi adalah ...

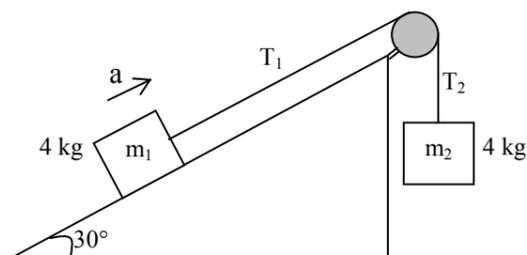
- a. ML^2T^{-2}
 b. $ML^{-2}T^2$
 c. ML^2T^{-2}
 d. $M^{-1}L^2T^{-2}$
 e. MLT
2. Sebuah batang panjangnya 0,5 m ditarik tegak lurus pada ujungnya, sehingga batang berputar pada poros ujung lain. Besarnya momen gaya adalah ... Nm
 a. 2
 b. 3
 c. 4
 d. 5
 e. 16
3. Sebuah vektor gaya $F = (-5i+3j)$ N bekerja pada suatu titik poros yang memiliki vektor posisi $r = (4i+3j)$ m. Besarnya momen gayanya adalah ... Nm
 a. 3
 b. 4
 c. 5
 d. 6
 e. 7
4. Sebuah titik materi berotasi dengan kecepatan sudut awal 20 rad/s menempuh sudut 100 rad, sehingga kecepatannya menjadi 60 rad/s. Jika momen inersia titik 4 kgm^2 , maka besarnya momen gaya titik terhadap pusat rotasi adalah ... Nm
 a. 8
 b. 16
 c. 32
 d. 64
 e. 128
5. Benda A bermassa 2m terletak pada sumbu y positif sejauh a, benda B terletak pada sumbu x positif sejauh 2a dan benda C terletak pada sumbu x negatif sejauh a dari pusat koordinat. Jika sistem diputar terhadap sumbu y, maka besarnya momen inersia sistem adalah ...
 a. $5ma$
 b. $7ma$
 c. $5ma^2$
 d. $6ma^2$
 e. $7ma^2$
6. Sebuah batang homogen panjangnya 80 cm bermassa 1,5 diputar dengan poros pada jarak 20 cm dari salah satu ujungnya. Besarnya momen inersia batang adalah ... kgm^2
 a. 0,139
 b. 0,931
 c. 4,475
 d. 9,155
 e. 12,14
7. Sebuah roda pejal berjari-jari 70 cm bermassa 10 kg dikerjakan momen gaya 25 Nm. Besarnya percepatan sudut roda adalah ... rad/s^2
 a. 12,34
 b. 12,11
 c. 10,35
 d. 10,20
 e. 9,52
8. Sebuah silinder pejal bermassa 4 kg berjari-jari 4 cm mula-mula diam, lalu dikerjakan momen gaya sehingga kecepatan sudutnya menjadi 1200 rpm dalam waktu 20 s. Besarnya momen gaya tersebut adalah ... Nm.
 a. $8\pi \cdot 10^{-2}$
 b. $4\pi \cdot 10^{-2}$
 c. $2\pi \cdot 10^{-2}$

- d. $8\pi \cdot 10^{-4}$
 e. $4\pi \cdot 10^{-4}$
9. Dua buah benda 4 kg dan 2 kg digantungkan pada sebuah katrol pejal yang bermassa 4 kg melalui tali yang dililitkan pada tepi katrol. Percepatan linier sistem adalah ... m/s^2
 a. 10
 b. 5
 c. 3,33
 d. 2,5
 e. 2
10. Perhatikan sistem berikut ini :



- Jika massa katrol 2 kg, tentukan tegangan tali T_2 adalah ... N
 a. 16
 b. 14
 c. 12
 d. 10
 e. 8

11. Perhatikan gambar berikut !



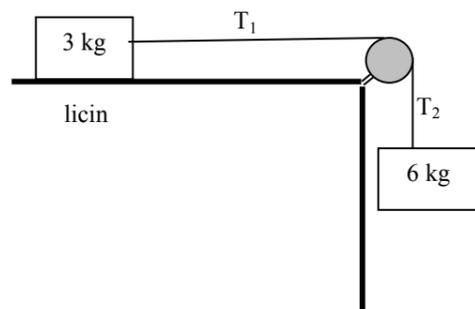
- Jika massa katrol 4 kg, maka besarnya percepatan sistem adalah ... m/s^2
 a. 1
 b. 1,5
 c. 2
 d. 2,5
 e. 3

12. Sebuah bola pejal menggelinding murni dari bidang miring dengan sudut kemiringan θ . Percepatan linier bola adalah ...
 a. $\frac{4}{7}g \cdot \sin \theta$
 b. $\frac{5}{7}g \cdot \sin \theta$
 c. $\frac{6}{7}g \cdot \sin \theta$
 d. $g \cdot \sin \theta$
 e. $\frac{8}{7}g \cdot \sin \theta$
13. Sebuah partikel bermassa 2 gram bergerak melingkar dengan kecepatan sudut 10 rad/s^2 . Jika momentum sudutnya $8 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, maka jari-jari lintasan gerak melingkarnya adalah ... cm
 a. 2
 b. 4

- c. 6
 - d. 8
 - e. 10
14. Seorang penari ballet dengan tangan terentang berputar pada kecepatan sudut ω di atas lantai licin. Jika penari tersebut melipat tangannya, momen inersianya akan berkurang 20 dari semula. Perbandingan energi kinetik rotasi saat tangan dilipat dan saat terentang adalah ...
- a. $3/2$
 - b. $2/3$
 - c. $5/4$
 - d. $4/5$
 - e. $3/4$
15. Sebuah silinder pejal bermassa 12 kg berjari-jari 40 cm menggelinding dengan kecepatan 5 m/s. Energi kinetik silinder adalah ...J
- a. 225
 - b. 205
 - c. 196
 - d. 147
 - e. 125

URAIAN

1. Sebuah roda pejal berjari-jari 20 cm bermassa 15 kg berotasi pada sumbunya. Roda mula-mula diam, lalu mengalami percepatan 1 rad/s. Hitunglah :
 - a. momentum sudutnya
 - b. energi kinetik rotasi pada detik ke 5
2. Sebuah roda pejal bermassa 2 kg berjari-jari 10 cm berada pada lantai kasar. Melalui sumbunya roda didorong dengan gaya 15 N, sehingga roda menggelinding. Hitunglah :
 - a. momen inersia bola
 - b. percepatan linier roda
 - c. percepatan anguler roda
 - d. kecepatan linier roda
 - e. kecepatan anguler roda
 - f. energi kinetik total gerak roda
3. Perhatikan sistem berikut :



Benda bermassa 3 kg terletak pada bidang datar kasar yang koefisien geseknya 0,2. Jika massa katrol 2 kg dan jari-jarinya 10 cm, tentukan percepatan sistem.

